

Seminario di calcolo numerico  
Prof. Giuseppe Rodriguez

Studente: Andrea Angioni  
Matricola: 70/82/43186  
Corso di studi: ing. Elettrica magistrale

## Test su metodi per la risoluzione di sistemi di equazioni lineari sovra determinati, applicati alla stima di stato nelle rete elettriche.

Descrizione del problema:

Le reti elettriche di distribuzione dispongono di un numero  $n$  di misure (potenza, corrente, tensione), da cui si vuole ricavare lo stato della rete in termini di  $m$  tensioni (con  $m < n$ ). Si tratta perciò di risolvere un problema sovra determinato, in cui la funzione obiettivo è l'errore quadratico medio. Sono inoltre disponibili le accuratezze degli strumenti di misura (in termini di massimo errore, entro cui si assume una distribuzione gaussiana) che vengono inserite nel sistema come pesi rispetto a cui minimizzare la funzione obiettivo.

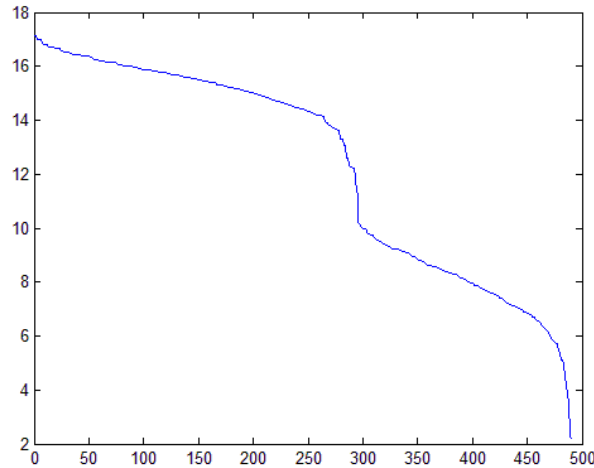
Il problema viene risolto in partenza con il metodo LU per cui si ottiene un errore medio della stima della tensione pari a :

	errore
LU	2.4

Si testano altri 2 metodi in modo da valutare se è possibile minimizzare l'effetto della propagazione dell'errore, rispettivamente il metodo QR e svd con e senza troncamento.

	errore
QR	2.7
Svd	2.7
Svd troncata a 490	2.9
Svd troncata a 488	3.0
Svd troncata a 486	3.2
Svd troncata a 484	3.9

Come è possibile vedere il metodo QR e svd nel complesso non portano un miglioramento della soluzione. Oltretutto nel caso del troncamento si ha immediatamente un degradamento della "bontà" della soluzione. Si può di conseguenza ipotizzare che il problema sia complessivamente ben condizionato, o l'errore sia troppo basso.



Tuttavia visualizzando la distribuzione logaritmica dei valori singolari si evince che il rapporto tra il maggiore e il minore è circa  $10^9$ , quindi si è ritentato lo stesso approccio utilizzando un errore degli strumenti di misura 10 volte più grande.

	errore
LU	17.4
QR	12.0

In questo caso la fattorizzazione QR sembra riuscire a limitare la propagazione dell'errore. Allora ho introdotto nuovamente la svd, con e senza troncamento.

381	5.5
391	5.5
401	4.5
411	4.0
421	4.0
431	4.3
441	5.3
451	6.2
461	6.7
471	11.3
481	18.0
491(senza troncamento)	19.1

Otengo che per un taglio intorno al 410-420 esimo valore singolare l'errore medio raggiunge il suo minimo.

Infine considerando che gli errori associati ai differenti strumenti di misura sono molto diversi tra loro (sino a un massimo di 6 ordini di grandezza) si è deciso di ripetere la risoluzione del sistema escludendo la matrice dei pesi (in verità si è considerata come matrice dei pesi la matrice identità). Il risultato è stato che a fronte di un indubbia riduzione del condizionamento del problema, l'errore aumenta in quanto tutte le informazioni in input considerate assumono lo stesso peso, pur avendo in verità errori molto differenti.

Metodo QR senza matrice pesi	16.7
------------------------------	------

## Conclusioni:

- Il sistema è in partenza mal condizionato, tuttavia la soluzione, dati gli errori massimi che si hanno in ingresso, non risente eccessivamente di effetti negativi dovuti alla propagazione. Infatti diversi metodi noti per la loro capacità di ridurre il numero di condizionamento sono stati applicati e non hanno mostrato i risultati aspettati.
- Una seconda serie di test è stata ripetuta incrementando l'errore di un fattore 10. In questo caso i metodi sopracitati si sono mostrati efficaci nell'abbattere l'errore medio da 17.4 del metodo LU sino a 4.0 del metodo svd con troncamento al 410 esimo valore singolare.
- Infine un altro test è stato fatto sugli effetti della propagazione dell'errore dovuta alla matrice dei pesi. Si è dimostrato che la presenza dei pesi è importante per raggiungere il minimo dell'errore medio totale.