

## Prova Parziale di Meccanica 2

### 16 Novembre 2012

**Numero di Matricola:**

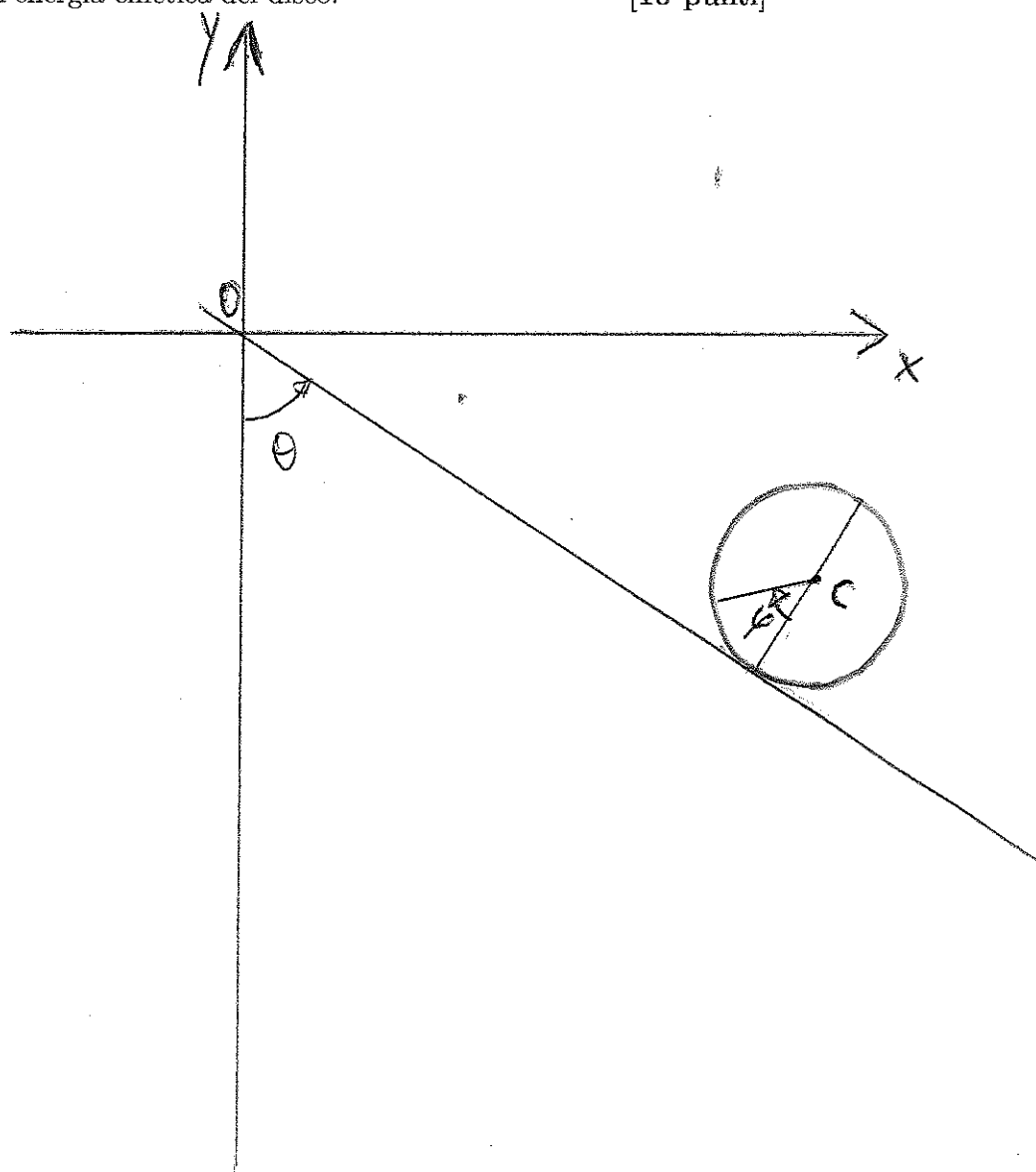
**Esercizio 1.** Due particelle  $P_1$  e  $P_2$  di un sistema in moto, in un certo istante  $t_0$ , occupano le posizioni  $A_1 = (1, 3, 3)$  e  $A_2 = (3, 2, 1)$  con le velocità  $\vec{v}_1 = (3, 0, \lambda)$  e  $\vec{v}_2 = (1, \lambda+2, 1)$ . Per quale valore di  $\lambda$  l'atto di moto all'istante  $t_0$  è rigido?

Nello stesso istante la posizione  $A_3 = (0, 1, 1)$  è occupata dalla particella  $P_3$  che ha la velocità  $\vec{v}_3 = (\frac{7}{5}, \frac{44}{5}, 0)$ . Per il valore di  $\lambda$  per cui l'atto di moto all'istante  $t_0$  è rigido:

- Trovare il vettore velocità angolare;
- Stabilire se l'atto di moto è elicoidale, traslatorio o rotatorio;
- Scrivere l'equazione dell'asse di moto. [10 punti]

**Esercizio 2.** Nel piano verticale  $Oxy$  un disco omogeneo di massa  $M$  e raggio  $r$  è vincolato a rotolare senza strisciare su una guida rettilinea che, a sua volta, ruota uniformemente attorno all'asse  $z$ . Detto  $A$  l'elemento del disco a contatto con la guida, si indichino con  $\rho$  la distanza dall'origine dell'elemento del disco a contatto con la guida e con  $\theta$  l'angolo che la guida forma con il semiasse negativo delle  $y$ . Si scelgano  $\rho$  e  $\theta$  come coordinate lagrangiane.

1. Trovare la velocità angolare del disco;
2. Trovare la velocità del punto  $B$  del disco diametralmente opposto al punto di contatto. Dire se tale velocità è tangente al disco;
3. Trovare l'energia cinetica del disco. [10 punti]



**Esercizio 3.** Un'asta rigida OA di massa trascurabile e lunghezza  $4l$  è mobile nel piano verticale  $Oxy$ . Si indichi con  $\theta$  l'angolo che l'asta forma con la verticale discendente. Una seconda asta CB è ortogonalmente saldata nel punto C di OA posto a distanza  $l$  da O. L'asta CB ha massa trascurabile ed è lunga  $3l$ . Nell'estremo A di OA è concentrata la massa  $2m$  e nell'estremo B di CB una massa  $m$ .

- Trovare l'espressione dell'energia potenziale e dell'energia cinetica del sistema;
- Scrivere l'equazione di Eulero-Lagrange;
- Studiare il comportamento qualitativo del moto al variare delle condizioni iniziali (ovvero al variare dell'energia totale). **[10 punti]**

