

## Prova scritta di Meccanica 2 16 Gennaio 2013

Nel piano verticale  $Oxy$ , un'asta di lunghezza  $2l$  e massa trascurabile è incernierata nell'origine  $O$  come mostra la figura.

Alle estremità  $A$  e  $B$  di tale asta si trovano due punti materiali di massa  $2m$  e  $m$  rispettivamente. Il punto  $A$  è attratto dall'asse  $x$  mediante una molla verticale di costante elastica  $k$  ( $k > 0$ ); inoltre sul punto  $A$  agiscono anche la forza peso e la forza orizzontale  $\mathbf{F}_1 = -\frac{2mg}{9l}(A - H_1)$  che lo attrae verso la sua proiezione  $H_1$  sull'asse  $y$  verticale. Sul punto  $B$ , oltre alla forza peso, agisce la forza orizzontale  $\mathbf{F}_2 = -\frac{mg}{9l}(B - H_2)$  che lo attrae verso la sua proiezione  $H_2$  sull'asse  $y$  verticale (vedi figura).

Scelta come coordinata lagrangiana l'angolo  $\varphi$  (vedi figura), si chiede di:

1. Trovare le posizioni di equilibrio del sistema e discuterne la stabilità al variare di  $k$ ;

$$\text{Posto } k = \frac{2mg}{3l}$$

2. Scrivere l'equazione differenziale del moto del sistema nella forma di Lagrange;
3. Studiare le caratteristiche del moto del sistema al variare della costante  $E$  che rappresenta l'energia totale del sistema;
4. Studiare le caratteristiche del moto del sistema nell'ipotesi che all'istante  $t = 0$  sia  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  e  $\dot{\varphi} = \pm \frac{1}{3}\sqrt{\frac{g}{l}}$ ;
5. Studiare le piccole oscillazioni attorno a una configurazione di equilibrio stabile.

