

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria

16 luglio 2014

1. Calcolare la fattorizzazione $PA = LU$ della seguente matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

e utilizzarla per calcolare il suo determinante e le prime due colonne della sua inversa.

2. Calcolare il numero di condizionamento in norma 1, 2 e ∞ della matrice

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\alpha} \end{bmatrix}$$

in funzione del parametro reale positivo α . La matrice data è ortogonale? Qual'è il suo raggio spettrale?

3. Esprimere nella forma di Lagrange il polinomio che interpola i punti di coordinate

$$\begin{array}{c|cccc} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y_i & 1 & 0 & -1 & -2 \end{array}$$

e calcolarlo nel punto di ascissa $x = -2$.

4. Dire per quali valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ il seguente metodo alle differenze finite

$$\begin{cases} \eta_{i+1} = \eta_i + \frac{h}{7} [\alpha f(x_i, \eta_i) + f(x_i + \alpha\beta h, \eta_i + \alpha\beta h f(x_i, \eta_i))] \\ \eta_0 = y_0 \end{cases}$$

è convergente e per quale valori risulta del second'ordine. Sostituire quindi i valori $\alpha = 6$, $\beta = \frac{7}{12}$, $h = \frac{1}{2}$ e calcolare i valori di η_1 e η_2 per il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = xy, \\ y(0) = \frac{1}{2}. \end{cases}$$