

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria

31 gennaio 2014

1. Calcolare $c = (a - b)(a + b)$ e $d = a^2 - b^2$, in corrispondenza ai valori

$$a = 1.235 \quad \text{e} \quad b = 1.234,$$

in un sistema in virgola mobile in base 10 con 4 cifre significative. Commentare i risultati ottenuti.

2. Si consideri il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \alpha & 1 \\ \alpha & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Si stabilisca per quali valori del parametro α la matrice A è invertibile e per quali è definita positiva. Si studi al variare del parametro α la convergenza del metodo di Jacobi applicato a tale sistema. Posto $\alpha = 1$, si calcolino infine le prime due iterate del metodo di Gauss-Seidel, a partire da $\mathbf{x}^{(0)} = [0 \ 1 \ 0]^T$.

3. Posto $\alpha = 3$ nella matrice dell'esercizio precedente, se ne calcoli il determinante e l'inversa mediante la fattorizzazione $PA = LU$.
4. Dire per quali valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ il seguente metodo alle differenze finite è stabile, per quali è convergente e per quali è del secondo ordine

$$\eta_{k+1} = \eta_k + \frac{h}{\alpha + 2} [f(x_k, \eta_k) + 2f(x_k + \beta h, \eta_k + \beta h f(x_k, \eta_k))].$$