

Baricentri e momenti d'inerzia di alcune importanti figure omogenee

Nelle prossime pagine trovate i baricentri e i momenti d'inerzia (ad esso relativi) di alcune delle figure geometriche che più frequentemente si incontrano nella risoluzione degli esercizi.

La notazione usata per indicare i momenti d'inerzia è diversa da quella usata a lezione. Si hanno le seguenti corrispondenze:

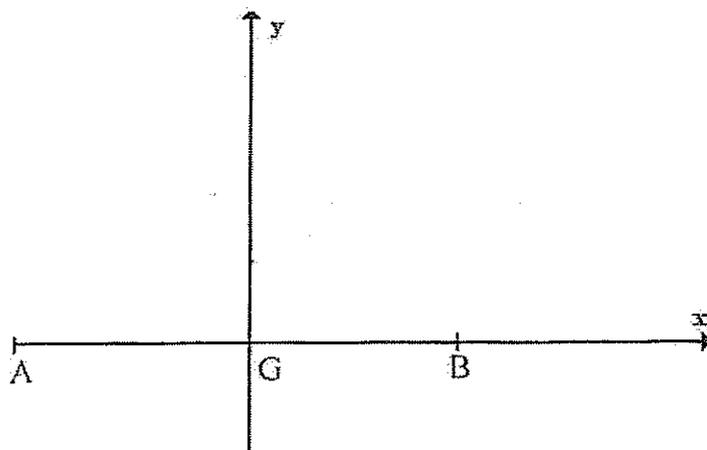
$$\begin{aligned} I_{xx} &= A, & I_{yy} &= B, & I_{zz} &= C \\ I_{xy} &= -C', & I_{xz} &= -B', & I_{yz} &= -A' \end{aligned}$$

Buona lettura! Potrebbe essere utile rifare i calcoli che conducono a questi risultati!!

assi x , y , z sono principali d'inerzia. Ma l'ellissoide d'inerzia intersecato con il piano $z = 0$ dá una conica che mantiene la forma canonica per qualunque rotazione attorno all'asse delle z (visto che \forall retta ortogonale all'asse delle z é principale d'inerzia); pertanto essa é una circonferenza, ovvero $A = B$. Cosí si é provato che l'ellissoide d'inerzia é di rotazione attorno a z . \square

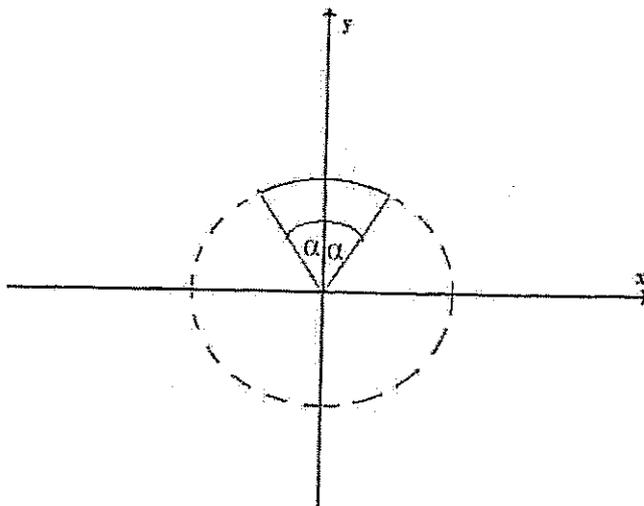
Ecco alcuni baricentri e momenti d'inerzia di alcune figure omogenee.

- Asta



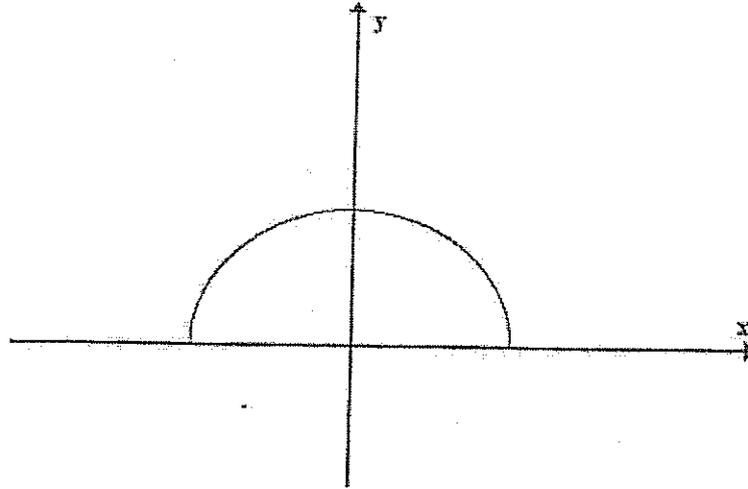
G é il punto medio di \overline{AB} , $A = 0$, $B = C = \frac{1}{12}ml^2$, $A' = B' = C' = 0$;

- Arco di circonferenza



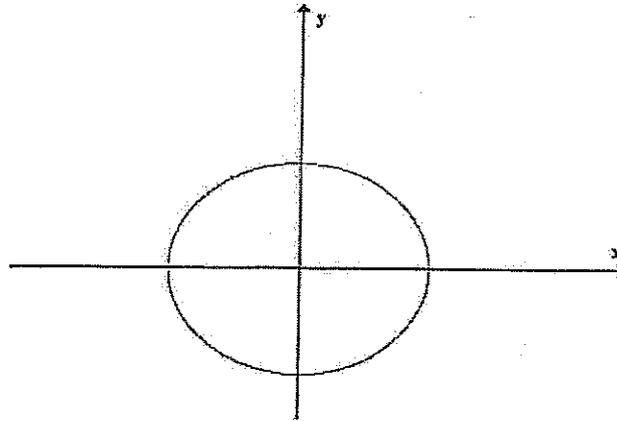
$$x_G = z_G = 0, y_G = R \frac{\sin \alpha}{\alpha}, A = \frac{mR^2}{2} \left(1 + \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right), B = \frac{mR^2}{2} \left(1 - \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right), C = mR^2, A' = B' = C' = 0;$$

- Semicirconferenza



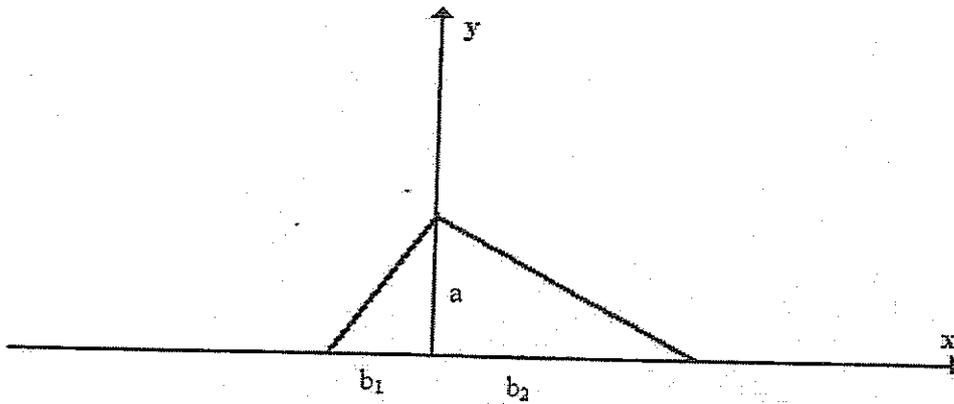
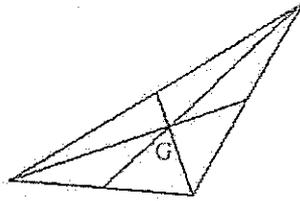
$$x_G = z_G = 0, y_G = \frac{2R}{\pi}, A = B = \frac{mR^2}{2}, C = mR^2, A' = B' = C' = 0;$$

- Circonferenza



$$x_G = y_G = z_G = 0, A = B = \frac{mR^2}{2}, C = mR^2, A' = B' = C' = 0;$$

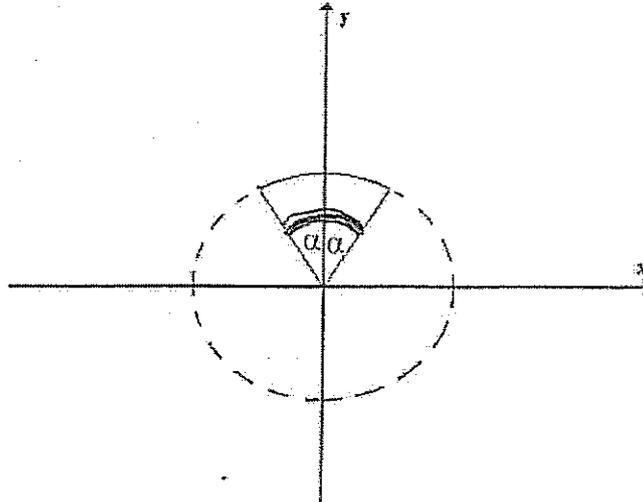
• Triangolo



G é il punto d'incontro delle tre mediane, $A = \frac{ma^2}{6}$, $B = \frac{m(b_1^3 + b_2^3)}{6(b_1 + b_2)} = \frac{m(b_1^3 - b_1b_2 + b_2^3)}{6}$, $C = A + B$,

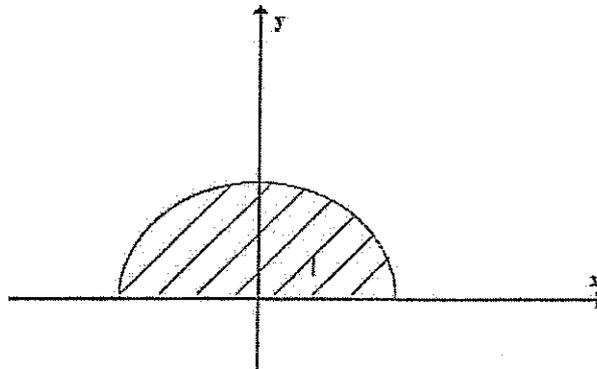
$A' = B' = 0$, $C' = -\frac{ma(b_2 - b_1)}{12}$.

• Settore circolare



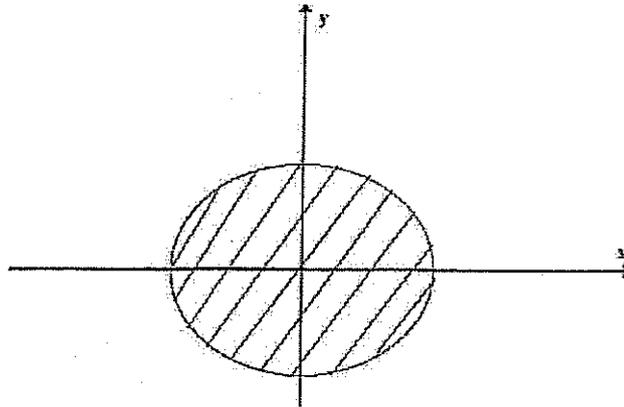
$$x_G = z_G = 0, y_G = \frac{2R}{3} \frac{\sin \alpha}{\alpha}, A = \frac{mR^2}{4} \left(1 + \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right); B = \frac{mR^2}{4} \left(1 - \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right), C = mR^2; A' = B' = C' = 0;$$

• Semidisco



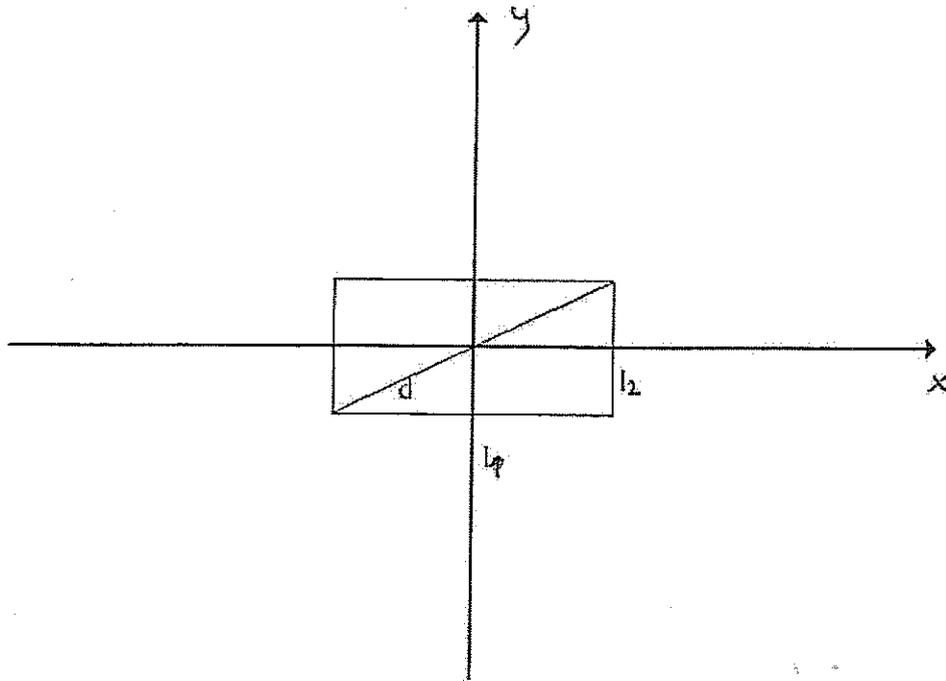
$$x_G = z_G = 0, y_G = \frac{4R}{3\pi}, A = B = \frac{mR^2}{4}, C = \frac{mR^2}{2}, A' = B' = C' = 0;$$

- Disco



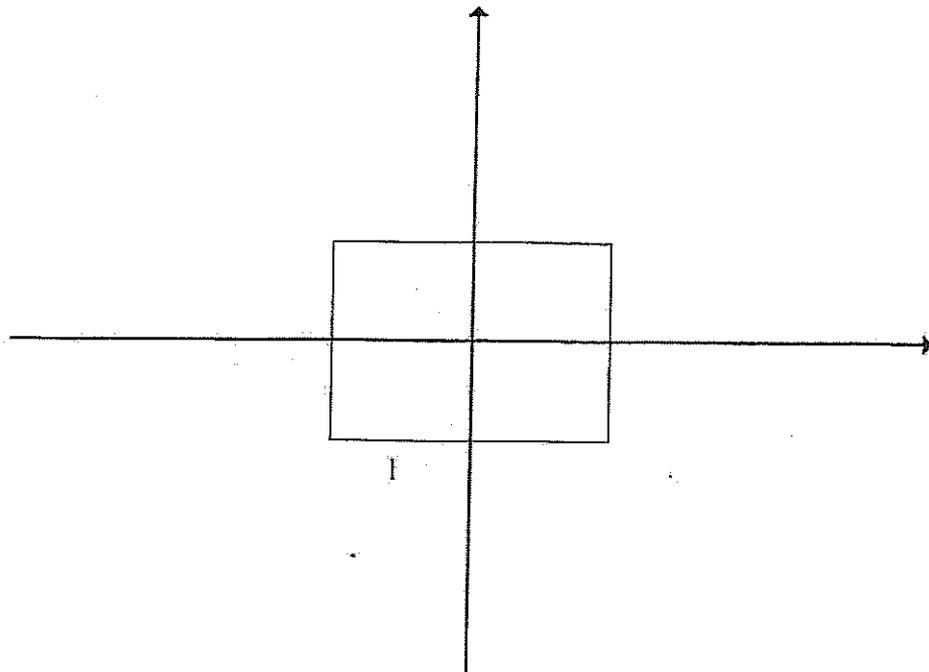
$$x_G = y_G = z_G = 0, A = B = \frac{mR^2}{4}, C = \frac{mR^2}{2}, A' = B' = C' = 0;$$

- Rettangolo



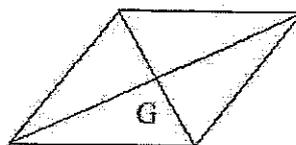
$$x_G = y_G = z_G = 0, A = \frac{m}{12} L_2^2, B = \frac{m}{12} L_1^2, C = \frac{md^2}{12}, A' = B' = C' = 0;$$

- Quadrato



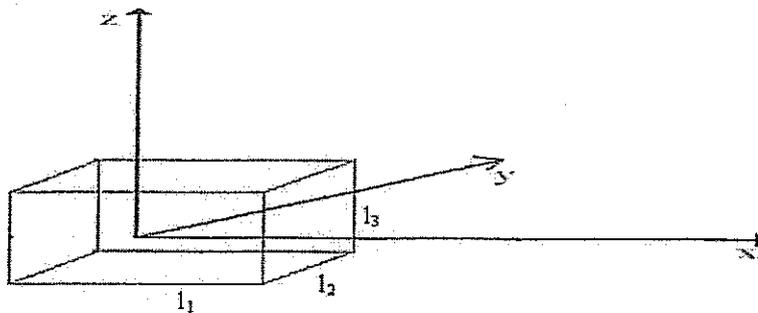
$$x_G = y_G = z_G = 0, A = B = \frac{m^2}{12}, C = \frac{m^2}{6}, A' = B' = C' = 0;$$

- Parallelogramma



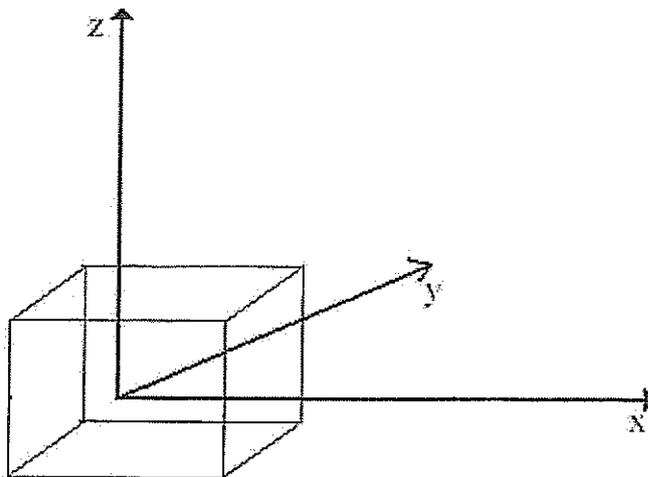
G é il punto d'incontro delle diagonali;

- Parallelepipedo



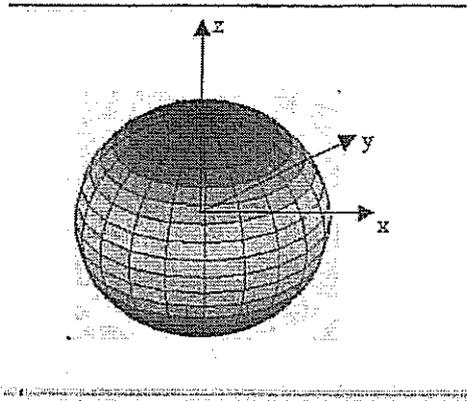
$$x_G = y_G = z_G = 0, A = \frac{m(l_2^2 + l_3^2)}{12}, B = \frac{m(l_1^2 + l_3^2)}{12}, C = \frac{m(l_1^2 + l_2^2)}{12}, A' = B' = C' = 0;$$

- Cubo



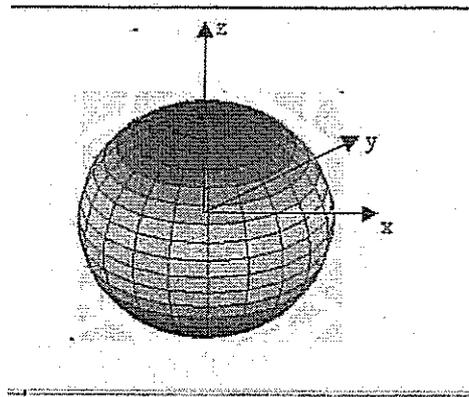
$$x_G = y_G = z_G = 0, A = B = C = \frac{ml^2}{6}, A' = B' = C' = 0;$$

• Superficie sferica



$$x_G = y_G = z_G = 0, A = B = C = \frac{2mR^2}{3}, A' = B' = C' = 0;$$

• Sfera



$$x_G = y_G = z_G = 0, A = B = C = \frac{2mR^2}{5}, A' = B' = C' = 0;$$

Le nozioni ora acquisite di baricentro e momento d'inerzia assumono un ruolo importante per calcolare il momento della quantità di moto e l'energia cinetica, in modo da poter usare l'equazione (10.12)).

11.3 Momento delle quantità di moto e energia cinetica.

Ovviamente, essi sono la somma di quelle che si ottengono per ciascun corpo rigido. Si distinguono i seguenti due casi:

1. Corpo rigido con un punto O fisso. In questo caso si ha (essendo $\underline{v}_O = \underline{0}$)

$$\underline{v}_i = \underline{\omega} \wedge (\underline{P}_i - \underline{O}) \text{ per cui}$$