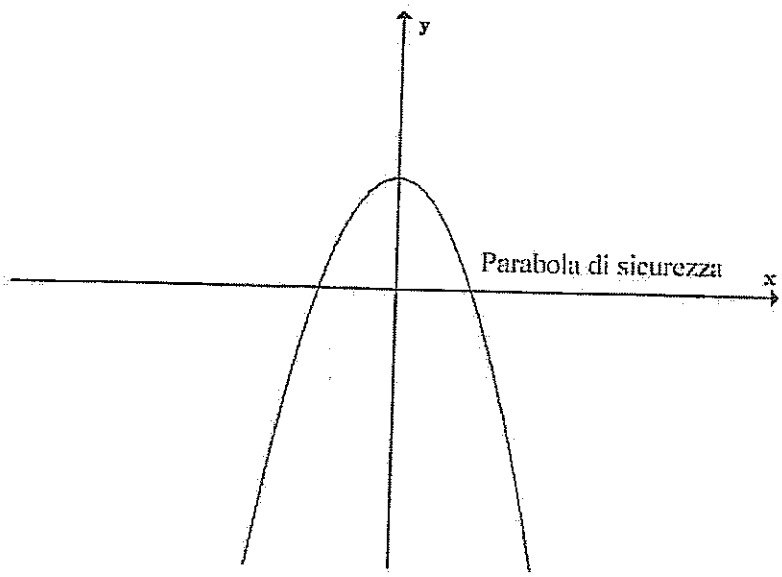
Nel caso $\theta < \frac{\pi}{2}$, il punto piú alto ha coordinate $(\frac{v^2(0)}{2g}\sin 2\theta, \frac{v^2(0)}{2g}\cos^2\theta)$. Inoltre l'asse x viene incontrata di nuovo per $\bar{x} = \frac{v^2(0)}{g}\sin 2\theta$ che dá la gittata. É utile osservare come la stessa gittata possa essere ottenuta con due angoli diversi $\theta_1 = \frac{1}{2}\arcsin\frac{g\bar{x}}{v^2(0)}$e $\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_1$ purché $\bar{x} \leq \frac{v^2(0)}{g}$. (Si noti che il lato destro di questa disequazione é la gittata massima e la si ottiene per $\vartheta = \frac{\pi}{4}$). Supponiamo di voler colpire il punto $P_0 \equiv (x_0.y_0)$. Dall'equazione della traiettoria, si trova un'equazione di secondo grado nell'incognita $\cot\theta$; affinché quest'ultima abbia soluzioni reali si deve avere

$$x_0^2\left(1 - \frac{2g}{v^2(0)}y_0 - \frac{g^2}{v^4(0)}x_0^2\right) \geq 0$$

(dove si é sfruttato il fatto che $\frac{1}{\sin^2\theta} = \cot^2\theta + 1$). La parabola di equazione
$y = \frac{v^2(0)}{2g} - \frac{g}{2v^2(0)}x^2$ si chiama *parabola di sicurezza*.



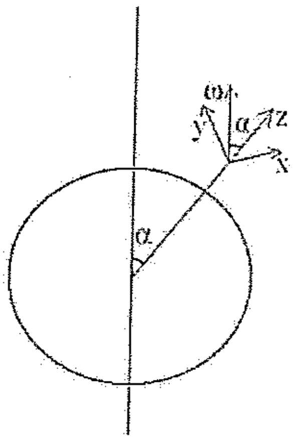
I punti interna ad essa vengono raggiunti con due diversi possibili angoli, i punti su di essa vengono raggiunti con un solo angolo di inclinazione, quelli esterni non possono essere raggiunti.

2. Deviazione dei gravi verso est.

Se si tiene conto della forza di Coriolis, l'equazione dei gravi é

$$\dot{\underline{v}} = \underline{g} - 2\underline{\omega} \wedge \underline{v}.$$

b



Proiettando questa equazione nel riferimento che ha origine in P_0, asse y tangente al meridiano verso il nord, asse z verticale ascendente, asse x diretto verso est (vedi figura sopra) e tenuto conto che

$$-2\underline{\omega} \wedge \underline{v} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & -2\omega \sin\alpha & -2\omega\cos\alpha \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix},$$

si ottiene

$$\begin{cases} \dot{v}_x = -2\omega\sin\alpha v_z + 2\omega\cos\alpha v_y \\ \dot{v}_y = -2\omega\cos\alpha v_x \\ \dot{v}_z = -g + 2\omega \sin\alpha v_x \end{cases}.$$

Dalla seconda di queste si trova che, se $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$, $v_x = -\frac{\dot{v}_y}{2\omega\cos\alpha}$, che sostituita nella terza equazione fornisce $v_z = -gt - \tan\alpha v_y + c$. Quindi la prima equazione diventa $\ddot{v}_y = -4\omega^2 v_y + 4\omega^2 \sin\alpha\cos\alpha(-gt + c)$, da cui

$$\begin{cases} v_y = \sin\alpha\cos\alpha(-gt+c) + (c_1\cos 2\omega t + c_2 \sin 2\omega t)\cos\alpha \\ v_x = \frac{g}{2\omega}\sin\alpha + c_1 \sin 2\omega t - c_2\cos 2\omega t \\ v_z = \cos^2\alpha(-gt+c) - (c_1\cos 2\omega t + c_2\sin 2\omega t)\sin\alpha \end{cases}$$

nel caso di caduta libera, $\underline{v}(0) = \underline{0}$, si ha $c = c_1 = 0$, $c_2 = \frac{g}{2\omega}\sin\alpha$ per cui

$$\begin{cases} v_x = \frac{g}{2\omega}\sin\alpha(1-\cos 2\omega t) \geq 0 & \Longrightarrow \text{x crescente, cioé deviazione verso est} \\ v_y = \frac{g}{2\omega}\sin\alpha\cos\alpha(\sin 2\omega t - 2\omega t) \leq 0 \\ v_z = -gt\cos^2\alpha - \frac{g}{2\omega}\sin 2\omega t \sin^2\alpha \end{cases}$$