

ove

$$(1.6) \quad M_T^{(e)} = \sum_{s=1}^n TP_s \wedge e_s$$

e  $M_T^{(i)}$  rappresentano i momenti risultanti rispetto a T delle forze esterne e di quelle interne, applicate nei punti  $P_s$ .

In base a (XIII, 16.1,2), la (1.5) si semplifica in

$$(1.7) \quad \sum_{s=1}^n TP_s \wedge m_s a_s = M_T^{(e)}.$$

Le equazioni (1.4), (1.7), tenuto conto di (1.3), (1.6), prendono il nome di *equazioni cardinali della Dinamica dei sistemi particellari*.

Equazioni analoghe alle (1.4), (1.7) si possono stabilire nel caso dei sistemi continui. Occorre però un'opportuna classificazione delle forze. L'analisi dei casi concreti che si presentano alla nostra osservazione mostra che le forze sono di due tipi: *forze a distanza* e *forze di contatto*. Le prime agiscono anche tra elementi comunque lontani, come, ad es., avviene per la forza di gravitazione universale, per quelle elettriche e magnetiche ecc. Per ogni elemento infinitesimo,  $dC$ , di un qualunque sistema continuo,  $C$ , le forze a distanza si presentano come proporzionali al volume dell'elemento o – se si vuole – alla sua massa  $\mu dC$ .

Così i vettori

$$(1.8) \quad \mu g dC, \quad h\mu \frac{m}{r^2} \omega dC, \quad \pm k^* \mu \frac{e}{r^2} \omega dC, \quad -\mu a_\tau dC, \quad -2\mu \omega_\tau \wedge v dC,$$

rappresentano rispettivamente, con riferimento alla massa  $\mu dC$ , il peso, l'attrazione subita a causa della massa  $m$  concentrata a distanza  $r$ , la forza elettrica subita dall'unità di carica per effetto della carica e posta a distanza  $r$  ( $k^*$  denota l'inverso della costante dielettrica), la forza di trascinamento e quella di Coriolis. Data la loro proporzionalità alla massa dell'elemento, le forze a distanza si chiamano anche *forze di massa*. La forza di massa agente sull'elemento  $dC$  è esprimibile, dunque, nella forma  $\mu F dC$ , ove  $F$  è un opportuno vettore, detto *forza di massa specifica*, avente le dimensioni uguali a quelle di una forza divisa per una massa. Si ha, cioè,

$$(1.9) \quad F = [lt^{-2}].$$

Le forze di contatto sono invece forze di natura molecolare (di adesione, coesione, ecc.) e agiscono tra elementi vicinissimi (si pensi che l'ordine di grandezza del raggio di azione molecolare è di  $10^{-5}$  cm). Esse si presentano

solo a causa del *contatto* tra i corpi o tra gli elementi di uno stesso corpo e si esplicano attraverso gli elementi superficiali che li delimitano. Tali possono considerarsi in genere le reazioni vincolari. L'esame dei casi concreti mostra che su ogni elemento infinitesimo  $d\Sigma$  della superficie  $\Sigma$  che delimita un dato sistema continuo o una sua parte si esplica una forza di contatto proporzionale al  $d\Sigma$  stesso e quindi rappresentabile nella forma  $f d\Sigma$ , se con  $f$  si denota un opportuno vettore - *forza superficiale* (o di *contatto*) *specificata* - avente le dimensioni uguali a quelle di una forza divisa per una superficie.

Se  $\Sigma$  è la superficie che delimita  $C$ ,  $f d\Sigma$  rappresenta, pertanto, la forza esterna di contatto agente sull'elemento superficiale  $d\Sigma$  di  $C$ .

Da quanto si è detto si conclude che nel caso di un sistema continuo  $C$  delimitato dalla superficie  $\Sigma$ , il risultante delle forze esterne si esprime nella forma

$$(1.10) \quad \mathbf{R}^{(e)} = \int_C \mu \mathbf{F}^{(e)} dC + \int_{\Sigma} \mathbf{f}^{(e)} d\Sigma,$$

ove  $\mathbf{F}^{(e)}$  e  $\mathbf{f}^{(e)}$  indicano le forze specifiche esterne di massa e superficiale mentre il loro momento risultante rispetto ad un qualunque polo  $T$  è espresso da

$$(1.11) \quad \mathbf{M}_T^{(e)} = \int_C \mathbf{TP} \wedge \mu \mathbf{F}^{(e)} dC + \int_{\Sigma} \mathbf{TP} \wedge \mathbf{f}^{(e)} d\Sigma.$$

Tenuto conto che  $\mu dC$  esprime il prodotto della massa per l'accelerazione dell'elemento *puntiforme* di massa  $\mu dC$ , si deduce che le equazioni cardinali nel caso di un sistema continuo assumono l'aspetto

$$(1.12) \quad \int_C \mu a dC = \mathbf{R}^{(e)},$$

$$(1.13) \quad \int_C \mathbf{TP} \wedge \mu a dC = \mathbf{M}_T^{(e)},$$

con  $\mathbf{R}^{(e)}$ ,  $\mathbf{M}_T^{(e)}$  espresse da (1.10), (1.11).

Le (1.12), (1.13), tenuto conto di (1.10), (1.11) sono le corrispondenti nel caso continuo delle (1.4), (1.7) e si chiamano *equazioni cardinali della Dinamica dei sistemi continui*.

Alle *equazioni cardinali* (1.4), (1.12) e alle (1.7), (1.13) si possono dare espressioni comuni richiamando il concetto di forza d'inerzia (XI, n. 5). In base alle (5.1), (5.2), (5.4), (5.5) del Cap. XI, le (1.4), (1.12) e le (1.7), (1.13) si traducono, qualunque sia il sistema (particellare o continuo), nelle equazioni