

Corso di Logica Matematica

Anno accademico 2009/2010

Proposizioni, Tavole di verità, Connettivi

Esercizi

1. Risolvere gli esercizi proposti dai proff. C. Maieli e R. Malvenuto al link <http://www.dsi.uniroma1.it/~logica/E-O/esercizi/logica01.pdf>
2. Risolvere gli esercizi di logica delle proposizioni proposti dal prof. F. Bottacin al link www.math.unipd.it/~bottacin/esercizi/eserlogica.pdf
3. Mediante le tavole di verità, valutare se ciascuna delle seguenti formule proposizionali è una tautologia, è una contraddizione, oppure né una tautologia né una contraddizione, giustificando opportunamente le risposte:
 - (a) $A \rightarrow (A \rightarrow A)$
 - (b) $\neg A \rightarrow (A \rightarrow A)$
 - (c) $\neg A \rightarrow (\neg A \rightarrow A)$
 - (d) $\neg A \rightarrow (A \rightarrow \neg A)$
 - (e) $\neg(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \vee \neg B)$
 - (f) $(A \vee B) \rightarrow (A \wedge B)$
 - (g) $A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B))$
 - (h) $A \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow B)$
 - (i) $A \rightarrow (\neg(A \vee B) \rightarrow B)$
 - (j) $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg(A \wedge B)$
 - (k) $A \rightarrow ((A \rightarrow (B \wedge A)) \rightarrow (A \wedge B))$
 - (l) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
 - (m) $((A \vee B) \wedge \neg A \wedge \neg B) \rightarrow C$
 - (n) $((B \wedge C) \rightarrow A) \wedge \neg B \wedge \neg C \rightarrow \neg A$
 - (o) $((A \rightarrow (C \vee D)) \wedge ((C \wedge D) \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$
4. Dimostrare che le seguenti formule sono tautologie:
 - (a) $(\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$
 - (b) $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$
 - (c) $(A \wedge B) \rightarrow (A \rightarrow B)$
 - (d) $(\neg A \vee B) \rightarrow \neg(A \wedge \neg B)$

- (e) $((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow \neg B)) \rightarrow \neg A$
- (f) $((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge C))$
- (g) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \wedge C) \rightarrow (B \wedge C))$
- (h) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \vee C) \rightarrow (B \vee C))$

5. Verificare se le seguenti affermazioni sono corrette:

- (a) $p \wedge r \leftrightarrow q \wedge r$ “implica logicamente” $p \leftrightarrow q$
- (b) $p \leftrightarrow q \vee r$ “implica logicamente” $\neg p \rightarrow (q \leftrightarrow r)$
- (c) $p \vee r \leftrightarrow q \vee r$ “implica logicamente” $p \leftrightarrow q$
- (d) $\neg(p \vee q) \vee (r \wedge q)$ “implica logicamente” $q \rightarrow r$
- (e) $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r)$ “implica logicamente” $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$
- (f) $p \leftrightarrow \neg q$ “implica logicamente” $p \vee r \leftrightarrow \neg q \vee r$

6. Verificare se le seguenti affermazioni sono corrette, considerando la congiunzione delle premesse:

- (a) $a \rightarrow b, b \rightarrow c, c \rightarrow d$ “implica logicamente” $a \rightarrow d$
- (b) $p \rightarrow q, r \rightarrow s, p \vee r$ “implica logicamente” $q \vee s$
- (c) $p \rightarrow q, r \rightarrow s, \neg q \vee \neg s$ “implica logicamente” $\neg p \vee \neg r$

7. Stabilire se i seguenti argomenti sono logicamente corretti rappresentando ciascuna frase come forma proposizionale e verificando se la conclusione è conseguenza logica delle assunzioni (tratto dal testo: Mendelson E. “Introduzione alla logica matematica”, Bollati-Boringhieri).

- (a) Se si costruiscono rifugi atomici, altri Paesi si sentiranno in pericolo e il nostro popolo sentirà un falso senso di sicurezza. Se altri Paesi si sentiranno in pericolo, potranno scatenare una guerra preventiva. Se il nostro popolo sentirà un falso senso di sicurezza, si impegnerà di meno per il mantenimento della pace. Se non si costruiscono rifugi atomici, si corre il rischio di enormi perdite in caso di guerra. Perciò o gli altri Paesi inizieranno una guerra preventiva e il nostro popolo si impegnerà di meno per il mantenimento della pace, o noi corriamo il rischio di enormi perdite in caso di guerra.
- (b) Se Bianchi non ha incontrato Rossi la notte scorsa, allora o Rossi era l'assassino o Bianchi mente. Se Rossi non era l'assassino, allora Bianchi non ha incontrato Rossi la notte scorsa e il delitto è avvenuto dopo la mezzanotte. Se il delitto è avvenuto dopo la mezzanotte, allora o Rossi era l'assassino o Bianchi mente. Perciò Rossi era l'assassino.
- (c) Se l'investimento di capitali rimane costante, allora cresceranno le spese del governo oppure si verificheranno fenomeni di disoccupazione. Se non aumenteranno le spese del governo, potranno essere ridotte le tasse. Se le tasse potranno essere ridotte e l'investimento di capitali rimane costante, non si verificheranno fenomeni di disoccupazione. Quindi, aumenteranno le spese del governo.

8. Verificare la coerenza di ciascuno dei seguenti insiemi di proposizioni, considerandone la loro forma congiuntiva, e verificare se conducono a una contraddizione (tratto dal testo: Mendelson E. “Introduzione alla logica matematica”, Bollati-Boringhieri).

- (a) O il testimone non venne minacciato, o, se Donatella si fosse suicidata, sarebbe stata trovata una lettera. Se il testimone fu minacciato, allora Donatella non si è suicidata. Se è stata trovata una lettera, allora Donatella si è suicidata.
- (b) Se la festa è noiosa, Alice comincia a piangere o Carlo scherza. Se Silvestro arriva alla festa, o la festa è noiosa o Alice comincia a piangere. Se Carlo scherza, allora Alice non comincia a piangere. Silvestro va alla festa se e solo se Carlo non scherza. Se Alice comincia a piangere, allora Carlo scherza.

(c) Se le obbligazioni salgono o se i tassi di interesse diminuiscono, o la Borsa scende o le tasse non sono aumentate. La Borsa scende se e solo se le obbligazioni salgono e le tasse non sono aumentate. Se i tassi di interesse diminuiscono allora la Borsa non scende oppure non salgono le obbligazioni. O le tasse sono aumentate o la Borsa scende e i tassi di interesse diminuiscono.

9. Usando la notazione della logica proposizionale, verificare che la proposizione

se la batteria è carica e le candele sono pulite e c'è benzina nel serbatoio e le gomme non sono bucate allora l'auto verrà utilizzata

è conseguenza logica delle seguenti:

- (a) solo se c'è elettricità allora la batteria è carica;
- (b) se c'è elettricità e le candele sono pulite allora le candele si accendono;
- (c) se le candele si accendono e c'è benzina nel serbatoio allora il motore gira;
- (d) se il motore gira e le gomme non sono bucate allora l'auto verrà utilizzata.

Molti altri divertenti esercizi si possono trovare al link

http://www.cacciuccatamatematica.it/lezioni/Esercizi_di_Logica.pdf