Corso di Logica Matematica

Anno accademico 2007/2008

Teoria della computabilità (II parte)

Esercizi

Se non diversamente detto, tutte le funzioni sono dai naturali nei naturali.

1. Dimostrare che se A e B sono ricorsivi allora $A \cup B$ e $A \cap B$ sono ricorsivi.

2. Dimostrare che se A e B sono r.e. allora $A \cup B$ e $A \cap B$ sono r.e. .

3. Se A è r.e. , dimostrare che esiste una funzione ricorsiva g t.c.

$$W_{g(x)} = \begin{cases} N & \text{se } x \in A \\ \emptyset & \text{se } x \notin A \end{cases}$$

4. Dimostrare che l'insieme delle funzioni ricorsive è numerabile.

5. Dimostrare che l'insieme delle funzioni r.e. è numerabile.

6. Dimostrare che le funzioni ricorsive non possono essere enumerate.

7. Dimostrare che il range dela funzione f definita da

$$f(0) = n_0$$

$$f(n+1) = 2 * f(n)$$

è r.e. Dimostrare che è anche ricorsivo.

8. L'insieme $A = \{c(i,x) \,|\, \text{l'}i\text{-esima cifra dell'espansione decimale di } \pi \text{ è } x\}$ è r.e.? È ricorsivo?

9. Dimostrare che esiste un indice n t.c. $W_n = \{n+1, n+2\}$.

10. Dimostrare che l'insieme $\{i \,|\, a \in \phi_i\}$, con $a \in N$ fissato, è infinito.

11. Dimostrare che l'insieme $\{i \,|\, a \in \phi_i\}$, con $a \in N$ fissato, è indecidibile.

12. Dimostrare che l'insieme $\{(i,j,k) \,|\, \phi_i = \phi_j \circ \phi_k\}$ è indecidibile.

13. Dimostrare che esiste una rappresentazione ricorsiva della proprietà dotata di rappresentazione $K = \{i \,|\, \phi_i(i) \downarrow\}$.

14. Dimostrare che l'insieme $\{i \,|\, \text{cod}\phi_i \text{ è infinito}\}$ non è r.e.

15. Dimostrare che l'insieme $\{i \,|\, W_i \text{ è finito}\}$ non è r.e.