Corso di Logica Matematica

Anno accademico 2009/2010

Tableau predicativi

Esercizi

1. Mediante il metodo dei tableau predicativi, risolvere gli esercizi seguenti:

   (a) Esercizio Foglio 4 N.o 3, dove ora ogni $(a),(b),\ldots,(j)$ è da intendersi chiusa (ossia α e β conducono a formule $(a),(b),\ldots,(j)$ chiuse).

   (b) Esercizio Foglio 4 N.o 4

   (c) Esercizio Foglio 4 N.o 5

   (d) Esercizio Foglio 4 N.o 6

2. Usando il metodo dei tableau predicativi, verificare le seguenti conseguenze logiche:

   (a) $\exists x(A^1_1(x) \vee A^1_2(x)) \rightarrow A^1_1(a) \models (\exists x A^1_1(x) \rightarrow A^1_1(a)) \wedge (\exists x A^1_2(x) \rightarrow A^1_1(a))$

   (b) $\exists y A^2_1(a,y), \forall x \forall y(A^1_1(x) \wedge A^2_1(x,y) \rightarrow A^1_2(y)) \models \exists x(A^1_1(x) \rightarrow A^1_2(x))$

   (c) $\forall x(A(x) \wedge \neg B(f(x)) \rightarrow B(x)), A(a) \models \exists x B(x)$

   (d) $\forall x(A(x) \rightarrow \neg A(f(x))) \models \exists x(A(x) \rightarrow B(x))$

   (e) $\neg P(a) \rightarrow \exists y R(a,y), \forall x \forall y(R(x,y) \rightarrow P(x) \vee P(y) \vee \exists z P(z)) \models \exists x P(x)$

(f) $\forall x A_1^2(x, f_1^2(a)) \models \exists y A_1^2(f_2^2(y), y)$

(g) $\forall x \exists y R(x,y), \forall x \forall y (R(x,y) \rightarrow (P(x) \leftrightarrow \neg P(y))) \models \exists x P(x) \wedge \exists x \neg P(x)$

3. Esaminare le seguenti formule e conseguenze logiche, utilizzando il metodo dei tableau predicativi (determinare un contromodello nel caso in cui la formula non sia valida):

   (a) $\exists x A(x) \wedge \exists x B(x) \models \exists x (A(x) \wedge B(x))$

   (b) $\forall x \forall y (A_1^2(x,y) \rightarrow A_1^1(x)), \forall x \forall y (A_1^2(x,y) \rightarrow A_1^2(y,x)) \models \forall x \forall y (A_1^2(x,y) \rightarrow A_1^1(x) \wedge A_1^1(y))$

   (c) $\forall y (A(y) \rightarrow A(f(y))) \wedge \exists x A(x)$

   (d) $\forall x (R(x,x) \vee \exists y R(y,x)) \models \forall x \exists y R(x,y)$

   (e) $\forall x (A_1^1(x) \vee A_2^1(x)) \models \forall x A_1^1(x) \vee \forall x A_2^1(x)$

   (f) $\forall x \exists y A(x,y) \models \exists y A(y,y), B(c)$

   (g) $\neg \forall x A(a,x) \rightarrow \forall x \exists y \neg A(x,y)$

   (h) $\forall x R(f(x), x) \models \exists y R(a, f(y))$

   (i) $\forall x \exists y R(x,y) \models \forall x \forall y (R(x,y) \rightarrow (P(x) \leftrightarrow \neg P(y)))$

   (j) $\exists y P(y) \rightarrow \forall x (Q(x) \rightarrow S(x)) \models \neg P(a) \vee \neg Q(b) \vee S(b)$

   (k) $\forall x \forall y (R(x,y) \rightarrow R(y,x)) \models \forall x \forall y \forall z (R(x,y) \wedge R(y,z) \rightarrow R(x,z))$